

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

LECCIÓN No. 1 DE MATEMÁTICAS
ÁREA DE INGENIERÍAS Y EDUCACIÓN COMERCIAL
GUAYAQUIL, 08 DE JUNIO DE 2017
HORARIO: 08H00 – 09H00
VERSIÓN CERO

1) Sean los conjuntos $A = \{☺, ♥\}$, $B = \{@, *\}$ y $C = \{\pi, e\}$, entonces es FALSO que:

a) $N(A\times B\times C) = 8$

b) $N(P(A\times B\times C)) = 64$

c) $(☺, (@, e)) \in A\times(B\times C)$

d) $N(P(A\times C)) = 16$

e) $N(A\times B\times C) = N(B\times C\times A)$

Solución:

Observe que: $N(A) = N(B) = N(C) = 2$

a) $N(A\times B\times C) = N(A)N(B)N(C) = (2)(2)(2) = 8$

$\therefore$ La proposición dada es VERDADERA.

b) $N(P(A\times B\times C) = 2^{N(A\times B\times C)} = 2^{N(A)N(B)N(C)} = 2^8 = 256$

$\therefore$ La proposición dada es FALSA.

c) $B\times C = \{(@, \pi), (@, e), (*, \pi), (*, e)\}$

$A\times(B\times C) = \{(☺, (@, \pi)), (☺, (@, e)), (☺, (*, \pi)), (☺, (*, e)),$
$(♥, (@, \pi)), (♥, (@, e)), (♥, (*, \pi)), (♥, (*, e))\}$

Se concluye que: $(☺, (@, e)) \in A\times(B\times C)$.

$\therefore$ La proposición dada es VERDADERA.

d) $N(P(A\times C)) = 2^{N(A\times C)} = 2^{N(A)N(C)} = 2^{(2)(2)} = 2^4 = 16$

$\therefore$ La proposición dada es VERDADERA.

e) $N(A)N(B)N(C) = N(C)N(B)N(A)$
$(2)(2)(2) = (2)(2)(2)$
$8 = 8$

$\therefore$ La proposición dada es VERDADERA.

La respuesta correcta es el literal b).

2) **Si la proposición compuesta** $\{[(\neg \boldsymbol{c} \wedge \boldsymbol{e}) \wedge (\boldsymbol{e} \rightarrow \boldsymbol{a})] \wedge [(\boldsymbol{a} \rightarrow \neg \boldsymbol{b}) \wedge (\boldsymbol{c} \vee \neg \boldsymbol{d})] \wedge \boldsymbol{e}\}$ **es VERDADERA, los valores de verdad de las proposiciones simples** $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$ **y** $\boldsymbol{e}$ **son respectivamente:**

a) 0, 1, 0, 0, 1
b) 1, 0, 1, 0, 1
c) 1, 0, 0, 0, 1
d) 1, 1, 0, 1, 1
e) 0, 1, 0, 1, 1

Solución:

Como se trata de una conjunción de proposiciones que es verdadera, cada proposición que interviene en la expresión lógica también debe ser verdadera.

$$\{[(\neg c \wedge e) \wedge (e \rightarrow a)] \wedge [(a \rightarrow \neg b) \wedge (c \vee \neg d)] \wedge e\}$$

$e \equiv 1$

$\neg c \wedge 1 \equiv 1$
$\neg c \equiv 1$
$c \equiv 0$

$1 \rightarrow a \equiv 1$
$a \equiv 1$

$1 \rightarrow \neg b \equiv 1$
$\neg b \equiv 1$
$b \equiv 0$

$0 \vee \neg d \equiv 1$
$\neg d \equiv 1$
$d \equiv 0$

La respuesta correcta es el literal c).

3) **Sean** $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ **y** $\boldsymbol{C}$ **tres subconjuntos no vacíos del conjunto** $\boldsymbol{Re}$, **entonces es FALSO que:**

a) $\boldsymbol{A} \cap \emptyset = \emptyset$

b) $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B})^{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C}} \cap \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{C}}$

c) $\boldsymbol{A} - (\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}) \cap (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C})$

d) $\left((\boldsymbol{A})^{\boldsymbol{C}}\right)^{\boldsymbol{C}} - \boldsymbol{A} = \left((\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A})^{\boldsymbol{C}}\right)^{\boldsymbol{C}}$

e) $\left[\left(\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C}}\right)^{\boldsymbol{C}} \cup \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{C}}\right]^{\boldsymbol{C}} \cap \boldsymbol{A} \neq \emptyset$

Solución:

a) La LEY DE ABSORCIÓN indica que "La intersección de cualquier conjunto con el conjunto vacío siempre será el conjunto vacío".

$\therefore$ La proposición dada es VERDADERA.

b) Una de las LEYES DE DE MORGAN indica que "La complementación de la unión de conjuntos es igual a la intersección de sus respectivos complementos".

∴ La proposición dada es VERDADERA.

c) Según las LEYES DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS, la igualdad especificada se trata de una propiedad.

∴ La proposición dada es VERDADERA.

d) La LEY INVOLUTIVA indica que "La complementación del complemento de un conjunto es el conjunto original". En este caso:

$((A)^C)^C - A = A - A = \emptyset$
$((A - A)^C)^C = ((\emptyset)^C)^C = (Re)^C = \emptyset$

Los dos términos especificados en la igualdad son idénticos.

∴ La proposición dada es VERDADERA.

e) Aplicando LEYES DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS:

$$\begin{aligned}[(A^C)^C \cup B^C]^C \cap A &= (A \cup B^C)^C \cap A \\ &= (A^C \cap B) \cap A \\ &= (B \cap A^C) \cap A \\ &= B \cap (A^C \cap A)\end{aligned}$$
$$[(A^C)^C \cup B^C]^C \cap A = B \cap \emptyset = \emptyset$$

∴ La proposición dada es FALSA.

La respuesta correcta es el literal e).

4) Al simplificar la forma proposicional:

$$[(\boldsymbol{r} \vee \neg \boldsymbol{q}) \to (\boldsymbol{r} \to \neg \boldsymbol{q})] \to [(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \vee (\neg \boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})]$$

se obtiene:

a) $\boldsymbol{p}$
b) $\neg \boldsymbol{q}$
c) $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$
d) $\mathbf{1}$
e) $\mathbf{0}$

Solución:

Analizando solamente el consecuente:

$(p \vee q) \vee (\neg p \vee q) \equiv (p \vee \neg p) \vee (q \vee q)$	Ley Asociativa de la Disyunción y Ley Conmutativa de la Disyunción.
$(p \vee q) \vee (\neg p \vee q) \equiv 1 \vee q$	Ley del Tercero Excluido y Ley de Idempotencia de la Disyunción
$(p \vee q) \vee (\neg p \vee q) \equiv 1$	Ley de Absorción de la Disyunción.

Lo cual quiere decir que:

$$[(r \vee \neg q) \to (r \to \neg q)] \to [(p \vee q) \vee (\neg p \vee q)] \equiv [(r \vee \neg q) \to (r \to \neg q)] \to 1$$
$$[(r \vee \neg q) \to (r \to \neg q)] \to [(p \vee q) \vee (\neg p \vee q)] \equiv 1$$

La respuesta correcta es el literal d).

5) Sea el conjunto $\boldsymbol{Re} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ y los predicados de una variable $\boldsymbol{p(x)}$: $\boldsymbol{x + 2 \geq 0}$ y $\boldsymbol{q(x)}$: $\boldsymbol{x^2 - 1 = 0}$.

Entonces, es VERDAD que:

a) $\boldsymbol{-1 \in A[p(x) \wedge q(x)]}$

b) $\boldsymbol{A[p(x) \vee q(x)] = \emptyset}$

c) $\boldsymbol{A[p(x) \to q(x)] = Re}$

d) $\boldsymbol{A[\neg q(x)] = \{-2, 2\}}$

e) $\boldsymbol{A[q(x) \to p(x)] = \emptyset}$

Solución:

Tabulando los conjuntos que se requieren para el análisis:

$$Ap(x) = \{-2, -1,0,1,2\} = Re$$
$$Aq(x) = \{-1,1\}$$
$$A\neg p(x) = A^C p(x) = \emptyset$$
$$A\neg q(x) = A^C q(x) = \{-2,0,2\}$$

a) $A[p(x) \wedge q(x)] = Ap(x) \cap Aq(x) = \{-1,1\}$

∴ La proposición dada es VERDADERA.

b) $A[p(x) \vee q(x)] = Ap(x) \cup Aq(x) = Re$

∴ La proposición dada es FALSA.

c) $A[p(x) \to q(x)] = A\neg p(x) \vee Aq(x) = A^C p(x) \cup Aq(x) = Aq(x) = \{-1,1\}$

∴ La proposición dada es FALSA.

d) $A[\neg q(x)] = \{-2,0,2\}$

∴ La proposición dada es FALSA.

e) $A[q(x) \to p(x)] = A[\neg q(x) \vee Ap(x)] = A^C q(x) \cup Ap(x) = Re$

∴ La proposición dada es FALSA.

La respuesta correcta es el literal a).

6) Identifique la forma proposicional que es TAUTOLÓGICA:

a) $\neg(\neg \boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$

b) $\neg(\neg \boldsymbol{p} \wedge \neg \boldsymbol{q})$

c) $(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \rightarrow (\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$

d) $[\boldsymbol{p} \wedge (\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})] \wedge (\neg \boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{q})$

e) $[\boldsymbol{p} \wedge (\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q})] \rightarrow \boldsymbol{q}$

Solución:

a) Aplicando la LEY DE DE MORGAN y la LEY INVOLUTIVA: $\neg(\neg p \wedge q) \equiv p \vee \neg q$

Se trata de una contingencia.

b) Aplicando la LEY DE DE MORGAN y la LEY INVOLUTIVA: $\neg(\neg p \wedge \neg q) \equiv p \vee q$

Se trata de una contingencia.

c) Aplicando LEYES DEL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL: $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q) \equiv p \leftrightarrow q$

Se trata de una contingencia.

d) Aplicando LEYES DEL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL: $[p \wedge (p \vee q)] \wedge (\neg p \vee \neg q) \equiv p \wedge \neg q$

Se trata de una contingencia.

e) Aplicando LEY CONMUTATIVA DE LA CONJUNCIÓN: $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q \equiv [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

Se trata de la LEY MODUS PONENDO PONENS.

La respuesta correcta es el literal e).

7) Al simplificar la expresión algebraica:

$$\frac{\sqrt{48x^2} - 2\sqrt[4]{9x^4} + \sqrt{12x^2}}{\sqrt{4y^4} - 2\sqrt[3]{y^6} + \sqrt[4]{16y^8}}$$

se obtiene:

a) $\dfrac{2\sqrt{3}\,x}{5y^2}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}\,x}{2y^2}$

c) $\dfrac{2\sqrt{3}\,x}{y^2}$

d) $\dfrac{\sqrt{3}\,x}{y^2}$

e) $\dfrac{5\sqrt{3}\,x^2}{2y^2}$

Solución:

Se descomponen los números compuestos en el producto de sus factores primos:

$$\frac{\sqrt{48x^2}-2\sqrt[4]{9x^4}+\sqrt{12x^2}}{\sqrt{4y^4}-\ 2\ \sqrt[3]{y^6}\ +\ \sqrt[4]{16y^8}}=\frac{\sqrt{(2^4)(3)x^2}-2\sqrt[4]{3^2x^4}+\sqrt{(2^2)(3)x^2}}{\sqrt{2^2y^4}-2\sqrt[3]{y^6}+\sqrt[4]{2^4y^8}}$$

$$=\frac{2^2\sqrt{3}x-\cancel{2\sqrt{3}}+\cancel{2\sqrt{3}x}}{2y^2\cancel{-2y^2}+\cancel{2y^2}}=\frac{4\sqrt{3}x}{2y^2}=\frac{2\sqrt{3}x}{y^2}$$

La respuesta correcta es el literal c).

8) En una encuesta a 500 personas se tiene que:

- **220 prefieren ir al cine.**
- **180 ven Netflix.**
- **300 ven YouTube.**
- **150 ven Netflix y YouTube.**
- **120 prefieren ir al cine y ven YouTube.**
- **50 ven YouTube, Netflix y prefieren ir al cine.**
- **120 prefieren ir al cine o ven Netflix, pero no ven YouTube.**

Entonces, la cantidad de personas que ven sólo Netflix es igual a:

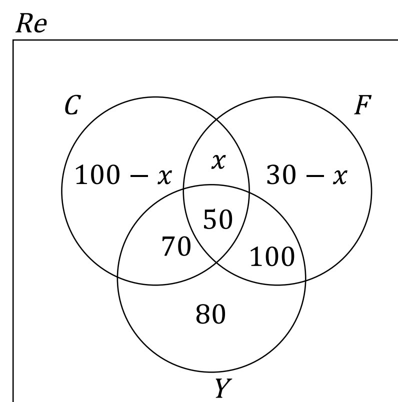
a) 10
b) 20
c) 60
d) 100
e) 120

Solución:

$Re=\{x/x\ es\ persona\}$
$C=\{x/x\ prefiere\ ir\ al\ cine\}$
$F=\{x/x\ ve\ Netflix\}$
$Y=\{x/x\ ve\ YouTube\}$

$N(Re)=500$
$N(C)=220$
$N(F)=180$
$N(Y)=300$
$N(F\cap Y)=150$
$N(C\cap Y)=120$
$N(Y\cap F\cap C)=50$
$N[(C\cup F)-Y]=120$

A continuación se muestra la representación en un diagrama de Venn de los conjuntos dados:



$$100-x+x+30-x=120$$
$$x=10$$

El valor solicitado es: $N[F-(C \cup Y)] = 30 - x = 30 - 10 = 20$

La respuesta correcta es el literal b).

9) Dadas las premisas de un razonamiento:

P_1: Si la selección de fútbol de Ecuador gana, clasifica al mundial Rusia 2018.
P_2: Si la selección de fútbol de Ecuador clasifica al mundial Rusia 2018, soy feliz.
P_3: O la selección de futbol de Ecuador juega bien o no juega bien.
P_4: No soy feliz.

Una conclusión que hace VÁLIDO el razonamiento es:

a) La selección de fútbol de Ecuador gana.
b) La selección de fútbol de Ecuador no gana.
c) La selección de fútbol de Ecuador clasifica al mundial Rusia 2018.
d) La selección de fútbol de Ecuador gana y clasifica al mundial.
e) Soy feliz.

Solución:

Sean las variables proposicionales:

p: La selección de fútbol del Ecuador gana.
q: La selección de fútbol del Ecuador clasifica el mundial Rusia 2018.
r: Soy feliz.
s: La selección de fútbol del Ecuador juega bien.

La traducción al lenguaje formal de las premisas es:

P_1: $p \to q$
P_2: $q \to r$
P_3: $s \underline{\vee} \neg s$
P_4: $\neg r$

Por definición, la premisa P_3 siempre es verdad. Ahora, analizando cada literal:

a) Si P_1 y P_2 fueran verdad, por transitividad se debería concluir r que indica "soy feliz". Pero esto cae en contradicción con la premisa P_4.
b) No es posible encontrar valores de verdad, con la conclusión $\neg p$, que se puedan asociar a las variables proposicionales que hagan al razonamiento NO VÁLIDO. Por lo tanto, su forma proposicional es tautológica.

Con los literales c), d) y e) se generan falacias lógicas, las cuales pueden ser fácilmente deducidas.

La respuesta correcta es el literal b).

10) Se desea cercar un terreno en el que sus cuatro lados miden $612\ m$, $476\ m$, $340\ m$ y $272\ m$, se requiere que los postes estén equidistantes y que en cada esquina quede uno. Entonces, la máxima distancia a la que pueden colocarse y la cantidad de postes que se necesitan es:

a) $4\ m$ **y** 425 **postes.**
b) $21\ m$ **y** 775 **postes.**
c) $68\ m$ **y** 25 **postes.**
d) $25\ m$ **y** 68 **postes.**
e) $68\ m$ **y** 21 **postes.**

Solución:

Al tratarse de postes que deben ser ubicados en forma equidistante, se trata de calcular la mayor distancia de separación entre postes que sea común a cada uno de los 4 lados:

612	476	340	272	2
306	238	170	136	2
153	119	85	68	17
9	7	5	4	

$$M.C.D.(612, 476, 340, 272) = (2)(2)(17) = 68$$

La cantidad de postes que se requieren es la suma de las cantidades que se colocaría en cada uno de los 4 lados:

$$9 + 7 + 5 + 4 = 25$$

La respuesta correcta es el literal c).